

Отзыв

на диссертационную работу

Дүйсенгалиевой Бибинур Амыркановны

**“Автоморфизмы алгебр дифференциальных многочленов
и свободных алгебр Новикова”,**

представленную на соискание степени доктора философии (PhD)
по специальности 6D060100 – «Математика»

Актуальность темы исследования и её связь с общенаучными и обще-государственными программами. Представленная диссертационная работа посвящена исследованию автоморфизмов и дифференцирований алгебр дифференциальных многочленов и свободных алгебр Новикова. Теория дифференциальных алгебр началась с работ Ритта и Колчина в середине XX века и к настоящему времени она представляет одну из очень развитых областей математики, которая включает в себя теорию алгебраических дифференциальных уравнений, теорию дифференциальных многообразий и дифференциальную алгебраическую геометрию, а также дифференциальную теорию Галуа. Левосимметрические алгебры являются важным обобщением ассоциативных алгебр. Они были введены Кэли ещё в середине XIX в. В середине XX в. Кожуль применил их для изучения действий аффинных преобразований, Винберг использовал их при классификации однородных выпуклых конусов, а Герстенхабер — при изучении деформаций алгебр. Левосимметрические алгебры также возникают при изучении уравнения Янга–Бакстера, в дифференциальной геометрии плоских многообразий, в теории представлений групп Ли, и во многих других областях математики. Важным частным случаем левосимметрических алгебр являются алгебры Новикова, которые возникли ближе к концу XX в. в статье Гельфанд и Дорфман в связи с гамильтоновыми операторами. Чуть позднее Балинский и Новиков нашли эту же алгебраическую структуру в связи со скобками Пуассона гидродинамического типа. Абстрактное изучение алгебр Новикова было начато Зельмановым, а затем продолжено в работах Филиппова, Осборна, Умирбаева, Джумадильдаева и многих других выдающихся математиков.

При изучении различных математических структур важную роль играют группы автоморфизмов и алгебры дифференцирований, изучению которых в классах дифференциальных алгебр и алгебр Новикова и посвящена данная диссертация. В частности,

в диссертации исследуются очень важные и сложные вопросы о ручных и диких автоморфизмах, а также о триангулируемости дифференцирований. Вопросы существования диких автоморфизмов продолжают исследования Шестакова и Умирбаева, которые в самом начале этого века впервые доказали существование таких автоморфизмов. Триангулируемость локально-нильпотентных дифференцирований алгебры многочленов от двух переменных над полем нулевой характеристики была доказана Ренчлером в середине XX в. Аналог этого результата для правосимметричных алгебр был совсем недавно получен в работе Алимбаева, Науразбековой и Козыбаева.

Тема исследований данной диссертации относится к специализированному научному направлению 3.6: научные исследования в области естественных наук; фундаментальные и прикладные исследования в области математики.

Научные результаты и их обоснованность. В настоящей диссертации получены следующие результаты:

- доказано, что группа ручных автоморфизмов алгебры дифференциальных многочленов ранга два над полем нулевой характеристики представляется в виде амальгамированного свободного произведения групп аффинных автоморфизмов и треугольных автоморфизмов;
- доказано, что любой не аффинный ручной автоморфизм алгебры дифференциальных многочленов ранга два является элементарно сократимым;
- построен пример дикого автоморфизма (аналог автоморфизма Аника) дифференциальных алгебр многочленов от двух переменных над полем нулевой характеристики;
- построен пример нетриангулируемого локально-нильпотентного дифференцирования дифференциальных алгебр многочленов от двух переменных над полем нулевой характеристики;
- найдено хорошее описание базисных элементов свободных алгебр Новикова в дифференциальных алгебрах;
- доказано, что группа ручных автоморфизмов свободной алгебры Новикова ранга два над полем нулевой характеристики представляется в виде амальгамированного свободного произведения групп линейных автоморфизмов и треугольных автоморфизмов;
- построен пример дикого автоморфизма (аналог автоморфизма Нагаты) свободных алгебр Новикова от трех переменных над полем нулевой характеристики;

- построен пример нетриангулируемого локально-нильпотентного дифференцирования свободных алгебр Новикова от трех переменных над полем нулевой характеристики;
- доказано, что дифференциальная зависимость конечной системы элементов алгебры дифференциальных многочленов над конструктивным полем нулевой характеристики алгоритмически распознаваема;
- доказано, что зависимость Новикова конечной системы элементов свободной алгебры Новикова над конструктивным полем нулевой характеристики алгоритмически распознаваема.

Все представленные в диссертационной работе результаты являются теоретически обоснованными и снабжёнными строгими математическими доказательствами.

Степень научной обоснованности и достоверности каждого научного результата (научного положения), выводов и заключения соискателя, сформулированных в диссертации.

Все представленные результаты, выводы и заключение соискателя являются достоверными и снабжёнными подробными доказательствами. Все приведённые в диссертационной работе утверждения имеют корректное теоретическое обоснование. Полученные соискателем результаты апробированы на различных международных конференциях и научных семинарах.

Степень новизны каждого научного результата (положения), вывода соискателя, сформулированных в диссертации.

Все представленные в диссертационной работе результаты являются новыми, представляют несомненный научный интерес. Степень новизны научных результатов диссертации и выводов подтверждается публикациями в научных изданиях, рекомендованных Комитетом по обеспечению качества в сфере образования и науки МОН РК, в материалах и тезисах международных конференций, а также публикациями в рейтинговых журналах.

Практическая и теоретическая значимость полученных результатов. Результаты диссертации носят теоретический характер и могут найти применение в дальнейших исследованиях различных алгебраических систем, а также могут быть использованы для чтения спецкурсов и написания монографий.

Замечания и предложения по диссертации:

- 1) в диссертации имеется ряд опечаток, к примеру, их можно найти на страницах 16, 24, 28, 41, 43, 46, 53–58;
- 2) в леммах 2.3 б) и 3.6 б) ничего не сказано о n , в частности, как и в а), требуется уточнение про элемент id ; в конце стр. 22 (и на стр. 43) лучше убрать фразу “для любого ψ ”, так как ψ уже было определено, а также фразу “для любого l ” на стр. 42;
- 3) в леммах 2.5 и 3.8 надо написать “алгебры A ” вместо “алгебры ϕ ”;
- 4) на стр. 37 надо поправить ссылку: написать “в подразделе 1.1” вместо “в подразделе 1.2”;
- 5) в доказательстве предложения 3.1 лучше не использовать понятие делимости, так как это надо уточнять, а без этого понятия легко можно обойтись; на стр. 38 в третьем абзаце надо написать “ни на какое x_i' ” вместо “ни на какое x_i ”;
- 6) на стр. 49 дифференцирование ∂_1 необходимо распространить на все порождающие дифференциальной алгебры;
- 7) в доказательстве теоремы 4.1 на стр. 56 необходимо уточнить показатели θ для элементов f_i ;
- 8) в лемме 4.1 обозначение $B[\Delta]^s$ не было определено ранее.

Указанные замечания носят рекомендательный характер и не влияют на общий уровень результатов диссертации.

Соответствие содержания диссертации в рамках требования правил присуждения степеней. Диссертация выполнена на высоком научном уровне, представляет собой законченный научный труд. Содержание диссертационной работы “Автоморфизмы алгебр дифференциальных многочленов и свободных алгебр Новикова” удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание степени доктора философии (PhD), а её автор, Дүйсенгалиева Бибинур Амырканова, безусловно заслуживает присуждения ей степени доктора философии (PhD) по специальности 6D060100 — «Математика».

Официальный рецензент
д.ф.-м.н., в.н.с. ИМ СО РАН, доктор



Пожидаев А.П.

21 декабря 2020

